

## Programmi (minimi) per il recupero dei debiti formativi Matematica - Fisica

### 1 Matematica

#### 1.1 Funzione esponenziale e funzione logaritmo

- Definizione di funzione esponenziale, proprietà, grafici, monotonia. Definizione di logaritmo, la funzione logaritmo come inversa dell'esponenziale, proprietà, grafici, monotonia.
- Equazioni e disequazioni con esponenziali o logaritmi: uguaglianze o disuguaglianze tra prodotti di esponenziali; equazioni o disequazioni del tipo  $f(a^x) = 0$  oppure  $f(a^x) > 0$  (metodo del cambio di variabile); uguaglianze o disuguaglianze tra somme di logaritmi; equazioni o disequazioni del tipo  $f(\log_a x) = 0$  o  $f(\log_a x) > 0$  (metodo del cambio di variabile).

#### 1.2 Trigonometria

- Definizioni, proprietà fondamentali e grafici delle funzioni trigonometriche elementari: seno, coseno, tangente, cotangente. Inverse locali arcoseno, arcocoseno, arcotangente, arcocotangente.
- Formule trigonometriche (addizione, sottrazione, duplicazione, bisezione).
- Equazioni e disequazioni con le funzioni trigonometriche.
- Applicazioni allo studio dei triangoli.

#### 1.3 Geometria analitica dello spazio

- Sistema di riferimento ortonormale standard nello spazio; coordinate cartesiane di un punto nello spazio; coordinate cartesiane di un vettore nello spazio; distanza tra due punti, modulo di un vettore; prodotto scalare e prodotto vettoriale di due vettori e loro proprietà.
- Equazione cartesiana di un piano; perpendicolarità e parallelismo tra piani; distanza punto-piano; equazioni parametriche e cartesiane di una retta; posizione reciproca di due rette; distanza punto-retta, distanza retta-piano.

## 1.4 Esercizi

Si consiglia di svolgere gli esercizi (relativi agli argomenti indicati) presenti alla fine dei capitoli del libro di testo. Svolgere poi i seguenti esercizi tratti dalle prove scritte dell'anno scolastico 2017-2018.

### Esercizio 1

- (1) Sia  $a \in \mathbb{R}$  con  $a > 0$  e  $a \neq 1$ . Dare la definizione di funzione logaritmo in base  $a$ , indicando esplicitamente dominio e codominio.
- (2) Determinare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log\left(\frac{1-x}{x}\right).$$

### Esercizio 2

- (1) Disegnare il grafico della funzione logaritmo di base  $0 < a < 1$  e della funzione esponenziale di base  $b > 1$ . Indicare le monotonie di tali funzioni.
- (2) Confrontare i seguenti numeri:
  - (2.1)  $\log_{\frac{1}{2}} 5$  e  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{2}$ .
  - (2.2)  $3^\pi$  e  $3^{2\sqrt{2}}$ .

### Esercizio 3

- (1) Scrivere  $e^5$  come potenza di 2.
- (2) Scrivere  $\pi$  come potenza di  $\frac{1}{3}$ .
- (3) Scrivere  $\log_3 \pi$  in termini di  $\log \pi$ .
- (4) Scrivere  $\log_{\frac{1}{2}} 5$  in termini di  $\log_{10} 5$ .

### Esercizio 4

Sia  $a \in \mathbb{R}$  con  $a > 0$  e  $a \neq 1$ . La funzione esponenziale di base  $a$  è l'inversa della funzione logaritmo di base  $a$ . Cosa vuol dire? Scrivere esplicitamente le composizioni  $a^{\log_a y}$  con  $y > 0$  e  $\log_a a^x$  con  $x \in \mathbb{R}$ .

### Esercizio 5

Risolvere le seguenti equazioni o disequazioni, giustificando opportunamente ogni affermazione.

(1)  $18\left(\frac{3^{x+1}}{2} - 1\right) = \frac{7}{3^x} \cdot 3^{2x+1}$

(2)  $2 \log \sqrt{x} - \log(1-x) = 2$

(3)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{7}{x}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x+8}$

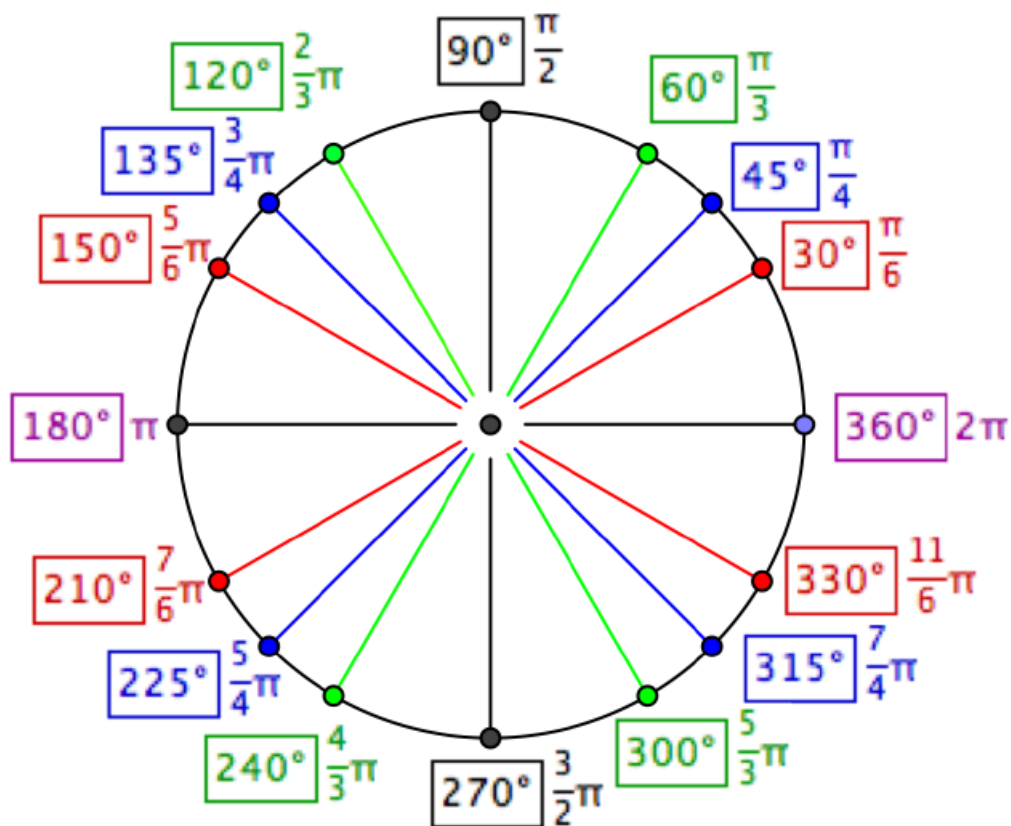
(4)  $2^{2x} + 2^{x+2} - 5 > 0$  [Suggerimento: cambio di variabile.]

(5)  $\log(\log x) > 0$

(6)  $\log_2 x - \frac{2}{\log_2 x} + 1 > 0$  [Suggerimento: cambio di variabile.]

### Esercizio 6

Completare la seguente tabella con i valori di seno, coseno e tangente richiesti (può essere utile aiutarsi con il disegno della circolo unitario  $S^1$ ).



<b>ANGOLO (rad e °) <math>\theta</math></b>	<b>SENO <math>\sin(\theta)</math></b>	<b>COSENO <math>\cos(\theta)</math></b>	<b>TANGENTE <math>\tan(\theta)</math></b>
0 (0°)	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$ (30°)	$\frac{1}{2}$		
$\frac{\pi}{4}$ (45°)		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
$\frac{\pi}{3}$ (60°)		$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$ (90°)			non definita
$\frac{2\pi}{3}$ (120°)			
$\frac{3\pi}{4}$ (135°)			
$\frac{5\pi}{6}$ (150°)			
$\pi$ (180°)			
$\frac{7\pi}{6}$ (210°)			
$\frac{5\pi}{4}$ (225°)			
$\frac{4\pi}{3}$ (240°)			
$\frac{3\pi}{2}$ (270°)			
$\frac{5\pi}{3}$ (300°)			
$\frac{7\pi}{4}$ (315°)			
$\frac{11\pi}{6}$ (330°)			
$2\pi$ (360°)			

### Esercizio 7

Scrivere

$$\frac{5}{3} \sin x + \frac{5}{\sqrt{3}} \cos x$$

nella forma  $A \cdot \cos(x - \varphi)$ , per opportuni  $A, \varphi \in \mathbb{R}$ .

### Esercizio 8

Sia  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  tale che  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ .

(1) Calcolare  $\sin \left( 2 \left( \frac{\pi}{3} + \alpha \right) \right)$ .

(2) Calcolare  $\sin \left( \frac{\pi}{4} + 2\alpha \right)$ .

(3) Calcolare  $\cos \left( \frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2} \right)$ .

### Esercizio 9

Risolvere le seguenti equazioni:

(1)  $\sin x = \sin \frac{\pi}{6}$ .

(2)  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(3)  $\cos x = \cos \pi$ .

(4)  $\cos x = -\cos \frac{\pi}{3}$ .

(5)  $\tan 2x = \sqrt{3}$ .

(6)  $\tan 2x + \tan x = 0$ .

### Esercizio 10

Risolvere le seguenti equazioni:

(1)  $\sin^2 x - 3 \sin x + 2 = 0$ .

(2)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$ .

(3)  $\sqrt{1 + \tan^2 x} = 2$ .

(4)  $2 \sin x \cos x - \cos x = 0$ .

(5)  $\frac{1}{\cos^2 x} - \cos^2 x - \tan^2 x = \frac{1}{2}$ .

$$(6) \quad 4 \sin 3x \cos 3x = \sqrt{3}.$$

### Esercizio 11

Risolvere le seguenti disequazioni elementari:

$$(1) \quad \sin x \geq \frac{1}{2}.$$

$$(2) \quad \cos x < \cos \frac{\pi}{4}.$$

$$(3) \quad \sqrt{3} \tan x > 3.$$

### Esercizio 12

Risolvere le seguenti disequazioni:

$$(1) \quad \cos x - \sin x \geq 1.$$

$$(2) \quad 2 \sin^2 x + \sin x - 1 \geq 0.$$

$$(3) \quad \sin x + \cos x \leq \frac{1}{\sin x}.$$

### Esercizio 13

Utilizzando le usuali convenzioni sui triangoli, sia  $ABC$  un triangolo di lati  $a, b$  e  $c$  dove

$$b = 2\sqrt{3}, \quad c = 6 \quad \text{e} \quad \widehat{B} = \frac{\pi}{6}.$$

(1) Calcolare  $\widehat{C}$  e dedurre le possibili misure in radianti dell'angolo  $\widehat{C}$ .

(2) Dedurre le possibili misure in radianti dell'angolo  $\widehat{A}$ .

(3) Calcolare i possibili valori dell'area del triangolo  $ABC$ .

### Esercizio 14

Consideriamo nello spazio coordinato i punti

$$P_0 = (1, 1, -1), \quad P_1 = (1, 2, 0), \quad P_2 = (5, 1, 1).$$

(1) Mostrare che  $P_0, P_1$  e  $P_2$  non sono allineati.

(2) Determinare un'equazione cartesiana del piano  $\pi$  passante per  $P_0, P_1$  e  $P_2$ .

(3) Determinare la distanza di  $\pi$  dall'origine.

### Esercizio 15

Consideriamo nello spazio coordinato le rette

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 3\lambda \\ z = -1 + \lambda, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}, \quad s : \begin{cases} x - 2z + 1 = 0 \\ y - 3z = 0. \end{cases}$$

- (1) Trovare delle equazioni parametriche della retta  $s$ .
- (2) Mostrare che  $r$  e  $s$  sono parallele e distinte.
- (3) Determinare un'equazione cartesiana del piano che contiene  $r$  e  $s$ .

### Esercizio 16

Consideriamo nello spazio coordinato le rette

$$r : \begin{cases} y + z - 1 = 0 \\ x - 2z - 3 = 0, \end{cases} \quad s : \begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ 3y - z - 8 = 0. \end{cases}$$

Verificare che  $r$  e  $s$  sono sghembe.

---

## 2 Fisica

### 2.1 Termologia

- Temperatura.
- Calore.
- Teoria macroscopica della materia.

### 2.2 Termodinamica

- Primo principio della Termodinamica: enunciato e applicazioni alle trasformazioni conosciute.
- Secondo principio della Termodinamica: enunciato e applicazioni alle trasformazioni conosciute.
- Disuguaglianza di Clausius, definizione di entropia; l'entropia di un sistema chiuso.

### 2.3 Esercizi

Si consiglia di svolgere gli esercizi (relativi agli argomenti indicati) presenti alla fine dei capitoli del libro di testo.